

प्रायिकता (Probability)

जब किसी भविष्य घटनाओं की अनिश्चितता को गणितीय रूप में व्यक्त किया जाता है तो उसे प्रायिकता कहते हैं अर्थात "किसी घटना के होने के संयोग को प्रायिकता कहते हैं "

उदाहरण

अगर किसी सिक्के को उछाला जाता है तो उसमें हेड या टेल आने की संभावना दोनों घटनाओं के बराबर होती है गणितीय भाषा में

हेड के आने की प्रायिकता $P(E)=1/2$

टेल के आने की प्रायिकता $P(E)=1/2$

प्रयोग के प्रकार

प्रायिकता सिद्धांत का अध्ययन करते समय, हम अक्सर which प्रयोग 'शब्द का उपयोग करेंगे जिसका अर्थ है एक ऑपरेशन जो अच्छी तरह से परिभाषित परिणाम उत्पन्न कर सकता है। दो प्रकार के प्रयोग हैं।

- नियतात्मक प्रयोग: वे प्रयोग जिनके परिणाम सटीक परिस्थितियों में किए जाने पर समान होते हैं, नियतात्मक प्रयोग कहलाते हैं। जैसे सभी प्रयोग रसायन विज्ञान प्रयोगशाला में किए जाते हैं।
- रैंडम प्रयोग: वे प्रयोग जिनके परिणाम 1 से अधिक हैं जब सटीक परिस्थितियों में किया जाता है तो रैंडम प्रयोग कहा जाता है। जैसे यदि सिक्का उछाला जाता है तो हमें एक सिर या एक पूंछ मिल सकती है।

Probability में घटनाएं

- जब हम कोई प्रयोग करते हैं, तो कुछ परिणाम होते हैं, जिन्हें ईवेंट कहा जाता है। आइए हम विभिन्न प्रकार की घटनाओं का अध्ययन कर सकते हैं।
- परीक्षण और प्राथमिक घटनाएँ: यदि हम सटीक परिस्थितियों में एक यादृच्छिक प्रयोग दोहराते हैं, तो इसे परीक्षण के रूप में जाना जाता है और सभी संभावित परिणामों को प्राथमिक घटनाओं के रूप में जाना जाता है। जैसे यदि हम एक पासा फेंकते हैं तो इसे एक परीक्षण कहा जाता है और 1, 2, 3, 4, 5 या 6 प्राप्त करना प्राथमिक घटना कहा जाता है।
- यौगिक घटना: जब दो या अधिक प्राथमिक घटनाओं को संयोजित किया जाता है तो इसे यौगिक घटना के रूप में जाना जाता है। जब हम पासा फेंकते हैं, तो एक अभाज्य संख्या प्राप्त करना यौगिक घटना है क्योंकि हम 2, 3, 5 प्राप्त कर सकते हैं और सभी प्रारंभिक हैं।
- मामलों की अत्यधिक संख्या: यह कुल संभव परिणाम है। जब हम एक पासा फेंकते हैं तो कुल संख्या 6 होती है। जब हम एक जोड़ी पासा छोड़ते हैं तो कुल संख्या 36 होती है।
- पारस्परिक रूप से अनन्य घटनाएँ: इसका मतलब है कि एक साथ घटना संभव नहीं है। सिक्के को उछालने के मामले में, या तो सिर आएगा या पूंछ आएगी। तो, दोनों परस्पर अनन्य घटनाएँ हैं। समान रूप से मामले: इसका मतलब है कि Probability बराबर हैं। जब हम पासा फेंकते हैं, तो प्रत्येक परिणाम के बराबर मौका होता है। तो यह समान रूप से Probability है।

- कुल मामलों की संख्या: जैसा कि नाम से पता चलता है, परीक्षण की प्राथमिक घटनाओं की कुल संख्या को मामलों की कुल संख्या के रूप में जाना जाता है।
- अनुकूल घटनाएँ: किसी प्राथमिक घटना के वांछित परिणाम को अनुकूल घटना कहा जाता है। जैसे जब हम एक पासा फेंकते हैं और यह पूछा जाता है कि 3 की एक बहु प्राप्त करने की Probability क्या है? इस मामले में अनुकूल मामले 2 (3 और 6) हैं और कुल मामले स्पष्ट रूप से 6 हैं।
- स्वतंत्र घटनाएँ: दो घटनाओं को स्वतंत्र कहा जाता है यदि एक घटना के परिणाम दूसरे के परिणाम को प्रभावित नहीं कर रहे हैं। यदि हम एक सिक्का उछालते हैं और एक पासा फेंकते हैं तो सिक्के का परिणाम सिक्के के परिणाम से स्वतंत्र होता है, दोनों स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

सैंपल स्पेस

जब हम एक प्रयोग करते हैं, तो सभी संभावित परिणामों के सेट S को सैंपल स्पेस कहा जाता है।

उदाहरण:

1. एक निष्पक्ष सिक्के को उछालने में $S = \{H, T\}$
2. यदि दो सिक्के उछाले जाएं तो $S = \{HH, HT, TH, TT\}$
3. एक निष्पक्ष पासे को फेंकने में $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Probability घटना (Event)

सैंपल स्पेस के किसी भी सबसेट को एक घटना कहा जाता है।

- अगर घटना A और B एक साथ नहीं हो सकती तो उन दो घटनाओं को परस्पर अनन्य कहा जाता है।
- घटना A का घटित होना जब घटना B पहले से घटित हो चुकी हो, सशर्त प्रायिकता कहा जाता है। इसे $P(A|B)$ द्वारा चिन्हित किया जाता है।
- किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता का पूरक उस घटना के घटित न होने की प्रायिकता है। इसे $P(A')$ द्वारा चिन्हित किया जाता है।
- अगर घटना A के घटित होने से घटना B के घटित होने की प्रायिकता बदलती है, तो घटनाएं A और B निर्भर हैं। और अगर घटना A के घटित होने से घटना B के घटित होने की प्रायिकता नहीं बदलती है, तो घटनाएं A और B स्वतंत्र हैं।

महत्वपूर्ण सूत्र

- एक घटना के घटित होने की प्रायिकता
- जब सैंपल स्पेस S में घटना E के सभी अनुकूल परिणामों की संख्या को कुल परिणामों की संख्या से विभाजित किया जाता है, वह किसी घटना E के घटित होने की प्रायिकता को दर्शाता है। इसलिए $P(E) = n(E)/n(S)$
- सैंपल स्पेस S में घटना E के न होने की प्रायिकता को निम्नानुसार दर्शाया जाता है।
 $P(E') = 1 - P(E) = 1 - [n(E)/n(S)]$
- एक बिल्कुल निश्चित घटना की प्रायिकता है $1P(S) = 1$
- किसी भी घटना की प्रायिकता सदैव 0 और 1 के बीच होनी चाहिए।
 $0 \leq P(E) \leq 1$
- एक असंभव घटना की प्रायिकता शून्य है। $P(\Phi) = 0$

- घटना A या घटना B होने की प्रायिकता है कि घटना A घटित हो Plus घटना B घटित हो Minus A एवं B दोनों घटना परस्पर घटित हों।
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- गुणा का नियम: गुणन के नियम की महत्ता दो घटनाओं के परस्पर होने की प्रायिकता निकालने में है, यानी ऐसी स्थिति कि घटना A और घटना B दोनों घटी हों।
- घटनाएं A और B दोनों घटित होने की प्रायिकता है कि घटना A घटी हो गुणा घटना B घटी हो, जब घटना A पहले से घट गयी हो।
 $P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$
- गिनती का योग नियम: यदि E एक घटना है जो घटना E1 या E2 में से किसी एक के घटाने से घटती है।
- $n(E) = n(E1) + n(E2)$
- गिनती का गुणन नियम: यदि E एक घटना है, जो घटना E1 एवं E2 दोनों के एक साथ घटाने से घटती है।
- $n(E) = n(E1) \times n(E2)$
- क्रमचय: यदि कोई घटना E तभी घटित होती है, जब n विभिन्न वस्तुओं में r वस्तुएं सजाई जाती हैं।
- $n(E) = nPr = n!/(n - r)!$
- संचय: यदि कोई घटना E तभी घटित होती है, जब n विभिन्न वस्तुओं में से r वस्तुएं चुनी जाती हैं।
- $n(E) = nCr = n!/(r!(n - r))$

List of Probability Formulas

Name	Formula
संभाव्यता सीमा (Probability Range)	$0 \leq P(A) \leq 1$
जोड़ का नियम (Rule of Addition)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
असंबद्ध घटनाएँ (Disjoint Events)	$P(A \cap B) = 0$
पूरक आयोजनों का नियम (Rule of Complementary Events)	$P(A') + P(A) = 1$
सशर्त संभाव्यता (Conditional Probability)	$P(A B) = P(A \cap B) / P(B)$
स्वतंत्र कार्यक्रम (Independent Events)	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
बेयस फॉर्मूला (Bayes Formula)	$P(A B) = P(B A) \cdot P(A) / P(B)$

Probability Question in Hindi Class 11

1. यदि शब्द **ALGORITHM** के अक्षरों को यादृच्छिक रूप से एक पंक्ति में व्यवस्थित किया जाता है, तो **GOR** अक्षरों के एक इकाई के रूप में एक साथ रहने की क्या प्रायिकता है?

उत्तर: हमारे पास शब्द है ALGORITHM अक्षरों की संख्या = 9

2. एक छात्र के अपनी परीक्षा पास करने की प्रायिकता **0.73** है, छात्र के एक कंपार्टमेंट मिलने की प्रायिकता **0.13** है, और छात्र के या तो पास होने या कंपार्टमेंट पाने की प्रायिकता **0.96** है।

उत्तर: असत्य

मान लीजिए A = छात्र परीक्षा

B पास करेगा = छात्र को कंपार्टमेंट मिलेगा

$P(A) = 0.73$, $P(B) = 0.13$ और $P(A \text{ or } B) = 0.96$

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) = 0.73 + 0.13 = 0.86$

लेकिन $P(A \text{ या } B) = 0.96$ अतः दिया गया कथन असत्य है।

3. दो घटनाओं **A** और **B** के प्रतिच्छेदन की संभावना हमेशा घटना के अनुकूल घटनाओं से कम या बराबर होती है

उत्तर: सत्य

हम जानते हैं कि $A \cap B \subset A$

$P(A \cap B) \leq P(A)$

इसलिए, यह एक सत्य कथन है।

4. घटना **A** के घटित होने की प्रायिकता **.7** है और घटना **B** के घटित होने की प्रायिकता **.3** है और दोनों के घटित होने की प्रायिकता **.4** है।

उत्तर: असत्य

$A \cap B \subseteq A, B$

$P(A \cap B) \leq P(A), P(B)$

लेकिन दिया गया है कि $P(B) = 0.3$ और $P(A \cap B) = 0.4$, जो संभव नहीं है।

5. दो विद्यार्थियों के अंतिम परीक्षा में उत्तीर्ण होने की प्रायिकताओं का योग **1.2** है।

उत्तर: प्रत्येक छात्र द्वारा अपनी अंतिम परीक्षा में डिस्टिंक्शन प्राप्त करने की सही प्रायिकता 1 से कम या उसके बराबर है, दो की प्रायिकताओं का योग 1.2 हो सकता है। अतः यह एक सत्य कथन है।

Sample Probability Questions for GMAT

यहां कुछ sample प्रश्न दिए गए हैं जिनका आप अभ्यास करके अपनी GMAT की तैयारी अच्छे से कर पाएंगे।

प्रश्न 1: शब्द "OCTOPUS" के अक्षरों को कितने प्रकार से इस प्रकार रखा जा सकता है कि vowels एक साथ दिखाई दें?

प्रश्न 2 : 5 सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। 3 बार चित आने की प्रायिकता क्या है?

प्रश्न 3: यदि मुंबई में बारिश की संभावना 10 प्रतिशत है, तो 7 दिन की अवधि में तीसरे दिन बारिश नहीं होने की क्या संभावना है?

प्रश्न 4: एक स्टार्टअप कंपनी में 5 पुरुष और 7 महिलाएं कार्यरत हैं। एक कंपनी इवेंट के लिए 4 कर्मचारियों का चयन किया जाना है, इसकी क्या प्रायिकता है कि टीम में 2 महिला कर्मचारी शामिल होंगी?

प्रश्न 5: एक मल्टीनेशनल कंपनी में 70 महिला कर्मचारी और पचास पुरुष कर्मचारी हैं। स्वतंत्रता दिवस समारोह के लिए, 4 कर्मचारियों को चुना जाना है, इस बात की क्या प्रायिकता होगी कि चुनी गई टीम में 2 महिला कर्मचारी शामिल होंगी?

प्रश्न 6: एक सोसाइटी में 300 महिला कर्मचारी और सौ पुरुष कर्मचारी हैं। यह विश्लेषण किया गया है कि 20% महिला कर्मचारियों के पास उच्च-स्तरीय डिग्रियाँ हैं जबकि केवल 10% पुरुष कर्मचारियों के पास उच्च-स्तरीय डिग्रियाँ हैं। यदि सोसायटी का सचिव किसी व्यक्ति को चुनता है, तो इसकी क्या प्रायिकता होगी कि उस व्यक्ति के पास उच्च स्तर की डिग्री होगी और वह एक पुरुष होगा?

प्रश्न 7 : एक बेट के दौरान राजेश ने एक निष्पक्ष सिक्के को 4 बार उछाला। इसकी क्या प्रायिकता है कि उसे कम से कम 2 पट प्राप्त हों?

प्रश्न 8: एक कंपनी चार अलग-अलग उम्मीदवारों को ज्वाइनिंग लेटर भेज रही है। 4 अलग-अलग अक्षरों के लिए सही पते वाले अलग-अलग लिफाफे बनाए जाते हैं। रिसेप्शनिस्ट उन 4 अक्षरों को 4 लिफाफों में बेतरतीब ढंग से डालेगा , क्या संभावना होगी कि लिफाफे में केवल एक ही अक्षर सही पता होगा?

प्रश्न 9 : यदि हम 'PROBABILITY' शब्द के अक्षरों को पुनर्व्यवस्थित करें, तो इस बात की क्या प्रायिकता होगी कि विश्व में मौजूद व्यंजनों की स्थिति अपरिवर्तित रहेगी?

Probability Question in Hindi प्रश्न-उत्तर

1. 1 से 20 नंबर के टिकट मिश्रित होते हैं और फिर एक टिकट यादृच्छिक पर खींचा जाता है। इसकी क्या संभावना है कि टिकट के पास संख्या है जो 3 या 5 का एक बहुमूल्य है?

Explanation: Here, $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 19, 20\}$.

Let $E =$ event of getting a multiple of 3 or 5 $= \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 5, 10, 20\}$.

$$P(E) = n(E) / n(S) = 9/20$$

2 एक साधारण पासे को फेंका जाता है संभावित मालूम कीजिए कि चार का अंक ऊपर आए।

हल: प्रश्नानुसार,

पासे पर 1, 2, 3, 4, 5, 6 तक अंक होते हैं जिनमें से किसी भी एक के ऊपर आने की संभावना समान है।

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ तथा $n(S) = 6$

माना कि,

$E = \{4 \text{ का अंक ऊपर आने की घटना}\}$

$n(E) = 1$

अतः घटना E की संभावितता $P(E) = n(E)/n(S) = 1/6$

उत्तर $1/6$

3 यदि एक पासे को **18** बार फेंका जाए तो कितने बार **2** के आने की प्रायिकता हैं?

हल: प्रश्नानुसार,

पासे को एक बार फेंके जाने पर 2 अंक आने की प्रायिकता = $1/6$

पासे की प्रत्येक फेंक परस्पर अपवर्जी हैं।

तो 18 पासे फेंके जाने पर 2 आने की प्रायिकता

= $1/6 + 1/6 + 1/6 + \dots\dots\dots 18$

= 3 बार

उत्तर 3 बार

4 एक पर्स में **5** चांदी के एवं **2** सोने के सिक्के हैं एक दूसरे पर्स में **4** चांदी के और **3** सोने के सिक्के हैं किसी एक पर्स से एक सिक्का निकाला गया इसे चांदी का सिक्का होने की क्या प्रायिकता हैं?

हल: प्रश्नानुसार,

पहले पर्स से 1 सिक्का निकालने पर चाँदी होने की संभावना = $5/7$

दूसरे पर्स से 1 सिक्के निकालने पर चाँदी होने की संभावना = $4/7$

संयुक्त रूप से चांदी होने की संभावना = $(5 \times 4)/(7 \times 7) = 20/49$

उत्तर . $20/49$

5 **20** हरा और **15** लाल गेंद एक बर्तन में डाले जाते हैं एक हरा गेंद को चुनने की संभावना कितनी हो सकती हैं?

हल: प्रश्नानुसार,

कुल गेंद = $50 + 15$

एक हरा गेंद चुनने की संभावना

$$= 20C1/35C1$$

$$= 20/35$$

$$= 4/7$$

उत्तर. 4/7

6 52 पत्तों की एक गद्दी में से दो पत्ते निकाले गए, तो निकाले गए पत्ते दो इक्के होंगे इसकी क्या संभावना है?

हल: प्रश्नानुसार,

$$52 \text{ से } 2 \text{ पत्ते निकालने के कुल प्रकार} = 52C2$$

$$= (52 \times 51)/2 \times 1 = 1326$$

$$4 \text{ में से दो इक्के निकालने के कुल प्रकार} = 4C2$$

$$= (4 \times 3)/(2 \times 1)$$

$$= 12/2$$

$$= 6$$

दो इक्के होने की संभावना

$$= 6/1326$$

$$= 1/221$$

उत्तर - 1/221

7 तीन सिक्के उछाले जाते हैं, कम से कम एक चित आने की क्या प्रायिकता है?

हल: प्रश्नानुसार,

$$\text{तीन सिक्के उछाले जाने पर कुल घटनाएं} = 2^3$$

$$= 8$$

$$\text{कम से कम 1 चित (Head) आने की अनुकूल घटनाएं} = \{HTT, THT, TTH, HHT, HTH, TTH, HHH\}$$

$$= 7$$

$$\text{अभीष्ट प्रायिकता} = 7/8$$

उत्तर - 7/8

8 A 75% मामलों में सच बोलता है तथा **B 60%** मामलों में सच बोलते हैं दोनों का विरोधाभास होने की संभावना ज्ञात करें?

हल: प्रश्नानुसार,

$$A \text{ की सच बोलने की संभावना} = 74/100$$

$$= 3/4$$

$$A \text{ के झूठ बोलने की संभावना} = 1 - 3/4$$

$$= 1/4$$

$$B \text{ के सच बोलने की संभावना} = 60/100$$

$$= 3/5$$

$$B \text{ के झूठ बोलने की संभावना} = 1 - 3/5$$

$$= 2/5$$

विरोधाभास तभी होगा जब एक बोलता हो तथा दूसरा झूठ,

$$\text{अतः ऐसी संभावना} = (3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 9 \times 100)/(4$$

$$\times 5 \times 4 \times 4) = 45\%$$

उत्तर -45%

9 एक दिवसीय क्रिकेट टूर्नामेंट में भारत के भाग नहीं लेने की संभावना **25%** हैं जबकि आस्ट्रेलिया के भाग नहीं लेने की संभावना **30%** हैं दोनों में से किसी के भी भाग नहीं लेने की संभावना हैं?

हल: प्रश्नानुसार,

अभीष्ट संभावना

$$= (75 \times 70)/(100 \times 100)$$

$$= (3 \times 7)/(4 \times 10)$$

$$= 21/40$$

उत्तर - 21/40

10 स्वरों को हर बार साथ रखकर एवं वयंजन को भी हर बार साथ रखकर **ORGANISE** शब्द को अलग-अलग कितने प्रकार से क्रमबद्ध किया जा सकता है?

हल: प्रश्नानुसार,

कुल शब्द = 8,

स्वर = 4,

व्यंजक = 4

अभीष्ट प्रकार = $(4! \times 4!)$

$= 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 576$

FAQs

प्रायिकता का अधिकतम मान क्या होता है

1

प्रायिकता का सूत्र गणित में

$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

प्रायिकता की परिभाषा

जब किसी भविष्य घटनाओं की अनिश्चितता को गणितीय रूप में व्यक्त किया जाता है तो उसे प्रायिकता कहते हैं अर्थात् "किसी घटना के होने के संयोग को प्रायिकता कहते हैं।